

La prova di Matematica consiste nella risoluzione di un idoneo numero di problemi del TEMA 1.

Per le facoltà di Economia, Agraria, Medicina Veterinaria ed i corsi di laurea in Biotecnologie e Tecnologie web e multimediali vi sarà un secondo tema (TEMA 2) tra cui il candidato potrà effettuare la scelta.

TEMA 1

1. E' dato un polinomio di grado minore o eguale a 3 della forma:

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1.$$

Si hanno le seguenti informazioni:

$$P(-1) < P(0) \qquad P(1) > P(2)$$

Si dica motivando sinteticamente le risposte quali delle seguenti affermazioni sono sempre vere, quali possibili, quali sempre false:

L'equazione $P(x)=0$ ha tre soluzioni reali;

L'equazione $P(x)=0$ non ha soluzioni reali;

L'equazione $P(x)=0$ ha tre soluzioni reali positive;

Il coefficiente a è uguale a zero;

Il coefficiente b è uguale a zero;

i coefficienti a, b sono entrambi uguali a zero.

2. Si enuncino e dimostrino i criteri di divisibilità per 3, 11, 13 per un numero naturale n scritto in base 12.

3. Si abbia a disposizione una bilancia con due piatti ed un numero grande a piacere di pesi da 100 e 124 grammi. Si effettuano delle pesature di un oggetto con le seguenti modalità: l'oggetto da pesare è posto su un piatto, mentre i pesi possono essere disposti o solo sull'altro piatto (modalità a) o su ambedue i piatti (modalità b). Si dica;

- se è possibile stabilire se l'oggetto pesa 4 grammi mediante la modalità b;
- in caso di risposta affermativa se vi è un numero finito o infinito di differenti soluzioni che raggiungono l'obiettivo;
- quante sono le possibili soluzioni atte a pesare un oggetto di 1000 grammi utilizzando la modalità a.

Si discutano almeno due dei tre quesiti seguenti:

4. Due persone (impazienti e pressapochiste) si danno appuntamento in una data località fra le ore 12 e le 13. Ciascuno sceglie in modo casuale (uniforme) ed indipendente dall'altro il momento del suo arrivo nell'intervallo prefissato. Trascorso un certo tempo t (comune ad entrambi) di attesa infruttuosa dall'arrivo se ne vanno. Si dica per quali valori di t la probabilità di incontrarsi è non superiore a 0.36.

5. Prescindendo dal significato delle parole e dalle regole della sintassi si dica quanti sono gli anagrammi diversi di MATEMATICA. E quante le parole diverse con la stessa struttura di MATEMATICA (ovvero composte da una vocale ripetuta tre volte, altre due vocali singole, da due consonanti ripetute due volte e da una consonante singola).

6. Si consideri la somma dei punti ottenuti lanciando dei comuni dadi non truccati. Si dica se è più probabile che esca il punto 3 lanciando un dado, o che la somma dei punti ottenuti sia il punto 6 lanciandone due, oppure il 9 lanciandone 3. Quale è il punteggio somma di maggior probabilità nel lancio di tre dadi?

TEMA 2

1. Dato un polinomio di secondo grado della forma

$$P(x)=ax^2+bx+c. \quad a \text{ diverso da } 0$$

Si hanno le seguenti informazioni :

$$P(-1)<P(0) \qquad P(1)>P(2)$$

Si dica motivando sinteticamente le risposte quali delle seguenti affermazioni sono sempre vere, quali possibili, quali sempre false:

L'equazione $P(x)=0$ ha due soluzioni reali;

L'equazione $P(x)=0$ non ha soluzioni reali;

L'equazione $P(x)=0$ ha due soluzioni reali negative;

L'equazione $P(x)=0$ ha due soluzioni reali positive

Il coefficiente a è negativo;

2. Le località A e B si trovano a 4 km. di distanza in una campagna piana e sono congiunte da una strada rettilinea. Si deve organizzare una corsa campestre da A a B della lunghezza di 8 km. Si dica quale è l'insieme dei punti che potrebbero trovarsi su uno dei possibili percorsi della gara. Quale è la massima distanza dalla strada a cui è possibile che passi il percorso della gara.

3. Prescindendo dal significato delle parole e dalle regole della sintassi si dica quanti sono gli anagrammi diversi della parola MATEMATICA.

4. Due persone (impazienti e pressapochiste) si danno appuntamento in una data località fra le ore 12 e le 13. Ciascuno sceglie in modo casuale (uniforme) ed indipendente dall'altro il momento del suo arrivo nell'intervallo prefissato. Trascorso un tempo di 20 minuti di attesa infruttuosa dall'arrivo se ne vanno. Si calcoli la probabilità che le due persone si incontrino.

5. Si consideri la somma dei punti ottenuti lanciando dei comuni dadi non truccati. Si dica se è più probabile che esca il punto 3 lanciando un dado, o che la somma dei punti ottenuti sia il punto 6 lanciandone due. Quale è il punteggio somma di maggior probabilità nel lancio di due dadi?